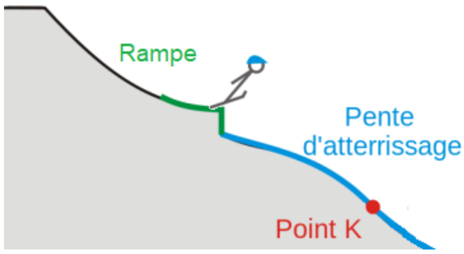
T spé PC	Devoir surveillé n°3	mercredi 16/12/2020

Nom et Prénom : ………

<u>Exercice 1</u> : Saut à ski (8,5 points)

L'athlète dévale une longue rampe, que l'on appelle piste d'élan, qui lui permet de s'élancer dans les airs à des vitesses allant jusqu'à 81,0 km/h, avec un angle de départ de seulement 11,0° par rapport à l'horizontale et orienté vers le haut. La technique est essentielle au saut à ski puisque les athlètes doivent effectuer un décollage précis et bien synchronisé. Lorsqu'ils sont dans les airs, les sauteurs prennent la position en V aérodynamique, puis ajustent leur position pour maximiser la portance et minimiser la traînée. Les concurrents sont jugés selon la distance, le style et l'atterrissage.



La norvégienne Maren Lundby remporte la médaille d'or lors de la finale de tremplin normal individuel femmes, aux Jeux Olympiques de Pyeong Chang 2018 avec 264,6 points.

Le point K ou point critique est un point caractéristique d'un tremplin de saut à ski. Ce point est situé sur la pente d'atterrissage.

Données :

- intensité de la pesanteur : g = 9,81 m.s^{-2} ;
- masse de la skieuse : m = 62,0 kg ;
- vitesse à la sortie de la rampe : v_0 = 81,0 km.h^{-1}
- angle du vecteur vitesse $\overrightarrow{v_0}$ par rapport à l'horizontal : α = 11,0°
- hauteur entre la sortie de la rampe et le point K : h = 44,0 m

1. Schématisation du problème

On étudie le mouvement de l'athlète et son équipement modélisé par son centre de masse M, dans le champ de pesanteur terrestre supposé uniforme.

1.1. Préciser le référentiel pour étudier le mouvement dans le cadre de la mécanique de Newton — 0,5

On associe à ce référentiel :

- un repère d'espace cartésien $(O, \vec{\imath}, \vec{k})$ en plaçant son origine à la sortie de la rampe permettant d'effectuer le saut ;
- un repère de temps dont l'origine correspond à l'instant où la skieuse quitte la rampe.

1.2. Représenter, sans souci d'échelle, le repère d'espace ainsi que les grandeurs suivantes: le vecteur champ de pesanteur, le point M_0, le vecteur vitesse initiale $\vec{v}(t=0) = \overrightarrow{v_0}$, l'angle α, le point K. — 1

2. Étude dynamique du mouvement de l'athlète

Dans cette partie, on néglige les forces de frottement de l'air sur l'athlète ainsi que la poussée d'Archimède.

On a déterminé, grâce à l'exploitation d'une vidéo, les équations horaires du mouvement du centre de masse du système.

Les coordonnées du vecteur position $\overrightarrow{OM}(\mathrm{t})$ du centre de masse M de l'athlète sont :

$$\overrightarrow{OM}(\mathrm{t})\begin{pmatrix} x(t) = v_0 \times cos\ (\alpha) \times t \\ z(t) = -\frac{1}{2} \times g \times t^2 + v_0 \times sin\ (\alpha)\ \times t \end{pmatrix}$$

2.1. Établir les coordonnées du vecteur vitesse $\vec{\mathrm{v}}(\mathrm{t})$ du centre de masse du système. 1

2.2. Établir les coordonnées du vecteur accélération $\vec{\mathrm{a}}(\mathrm{t})$ du centre de masse du système. 1

2.3. À partir des coordonnées du vecteur position, montrer que l'équation de la trajectoire de l'athlète, dans le plan $(O, \vec{\imath}, \vec{k})$ est : 1

$$z(x) = -\frac{g}{2 \times v_0^2 \times (cos\ (\alpha))^2} \times x^2 + tan\ (\alpha) \times x$$

On suppose que l'athlète atterrisse au point K.

2.4. À partir de votre schéma et des données, donner la valeur de la coordonnée z_K du point K. 0,5

2.5. Déterminer l'abscisse x_K de ce point. 1

L'athlète atterrit au point K à la date $\mathrm{t_K}$ = 3,46 s.

2.6. Déterminer les coordonnées du vecteur vitesse $\vec{v}(t_K)$. 0,5

2.7. En déduire la valeur de la vitesse $v(t_K)$. 0,5

2.8. Par une étude énergétique, exprimer la vitesse $v(t_K)$ en fonction de v_0, g et z_K puis retrouver sa valeur. 1,5

<u>Exercice 2</u> : Accélérateur de particules (8,25 points)

Un accélérateur de particules est un instrument qui utilise des champs électriques ou magnétiques pour amener des particules chargées électriquement à des vitesses élevées. En d'autres termes, il communique de l'énergie aux particules. On en distingue deux grandes catégories : les accélérateurs linéaires et les accélérateurs circulaires.

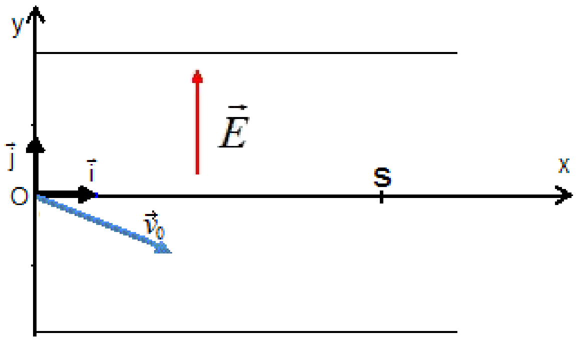
Un ion aluminium Al^{3+} de masse m quitte la chambre d'ionisation d'un accélérateur linéaire avec une vitesse $\vec{v}_0$en O.

L'étude suivante porte sur le mouvement d'un ion aluminium Al^{3+}qui pénètre entre deux plaques parallèles et horizontales P_1 et P_2, dans une zone où règne un champ électrique $\vec{E}$ supposé uniforme et perpendiculaire aux deux plaques.

À l'instant t = 0 s, l'ion arrive au point O (origine du repère $(O, \vec{\imath}, \vec{\jmath})$) avec une vitesse v_0 telle que le vecteur $\vec{v}_0$ forme un angle α orienté vers le bas avec l'axe Ox.

Données :

- Particule : ion aluminium Al^{3+} assimilé à son centre de masse M
- α = 15,0°
- v_0 = 8,20 x10^5 m.s^{-1}
- E = 8,70×10^6 V.m^{-1}
- m_{Al} = 4,48 x10^{-26} kg
- e = 1,60 x10^{-19} C
- g = 9,81 m.s^{-2}



1. Déterminer la polarité des plaques sur le schéma. Justifier. 0,5
2. Donner l'expression vectorielle de la force électrique $\vec{F}_e$ subie par l'ion aluminium. 0,25
3. Représenter la force électrique $\vec{F}_e$ sur le schéma en justifiant sa direction et son sens. 0,5
4. Montrer que le poids de l'ion aluminium est négligeable devant la force électrique. 1
5. En justifiant votre démarche, montrer que les équations horaires de l'accélération de l'ion aluminium sont :

$$\vec{a}(t)\begin{pmatrix} a_x(t) = 0 \\ a_y(t) = \dfrac{3e \times E}{m_{Al}} \end{pmatrix}$$ 1,5

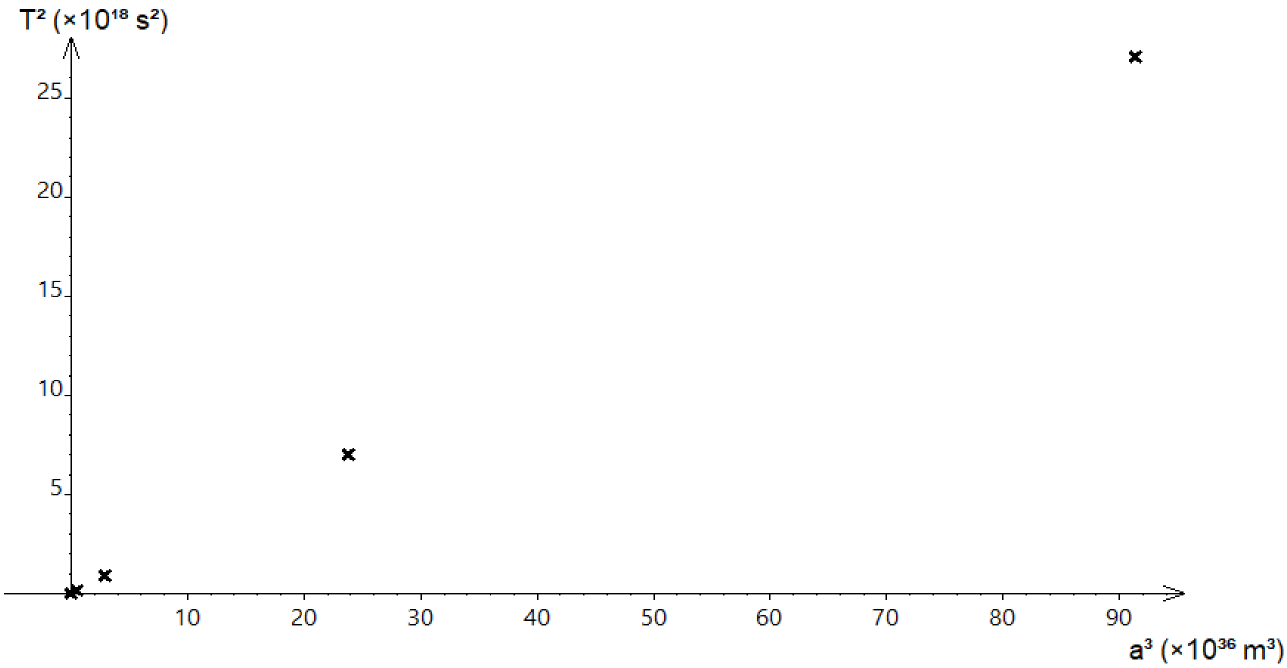
6. En déduire les équations horaires de vitesse et de position de l'ion aluminium. 3
7. Montrer que la date t_S à laquelle l'ion aluminium atteint le point S est de l'ordre de la nanoseconde. 1
8. En déduire l'abscisse $x(t_S)$ du point S. 0,5

<u>Exercice 3</u> : L'astéroïde Ida et sa lune Dactyl (3,25 points)

L'astéroïde Ida est situé dans la ceinture d'astéroïde entre Mars et Jupiter. Il a été découvert en 1884 par l'astronome autrichien Johann Palisa. La mission Galiléo, sonde spatiale, passe à proximité et photographie Ida avec sa lune Dactyl le 28 Août 1993.

1. Les planètes du système solaire

À partir des caractéristiques des planètes du système solaire (période de révolution T et demi-grand axe a de l'orbite), on représente le nuage de points $T^2=f(a^3)$



1.1. Enoncer la 3^e loi de Kepler. 0,5

1.2. Déterminer, précisément, la valeur de la constante de la 3^e loi de Kepler à partir du nuage de points. Justifier. 0,5

2. Etude de l'orbite de l'astéroïde Ida autour du Soleil

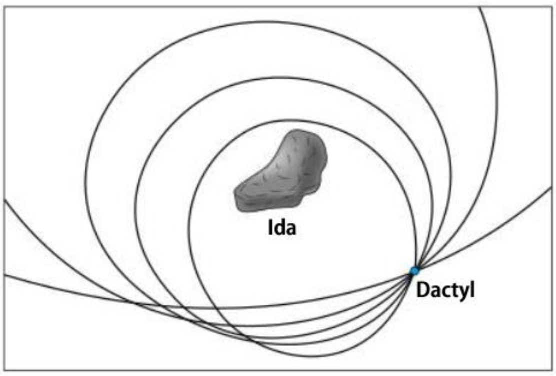
Données :

- Distance au plus près du Soleil (périhélie) d'Ida : $4{,}08\times10^8$ km
- Distance au plus loin du Soleil (aphélie) d'Ida : $4{,}48\times10^8$ km

2.1. Déterminer la période de révolution d'Ida autour du Soleil. 1

3. Etude de la lune Dactyl

Malgré la mesure du demi-grand axe de Dactyl autour d'Ida, l'orbite de celle-ci n'est pas connue avec précision. La simulation représentée ci-dessous montre les différentes trajectoires possibles.



3.1. Dans quel référentiel considéré comme galiléen sont représentées ces trajectoires ? 0,25

3.2. Comme appelle-t-on ce type de trajectoire ? 0,25

3.3. Où est placé Ida dans ce type de trajectoire ? Justifier. 0,75