

TSpé	Devoir surveillé N°4	Mercredi 15/12/21
------	----------------------	-------------------

Nom et Prénom :

EXERCICE 1 : Sonde Cassini (11,5 points)

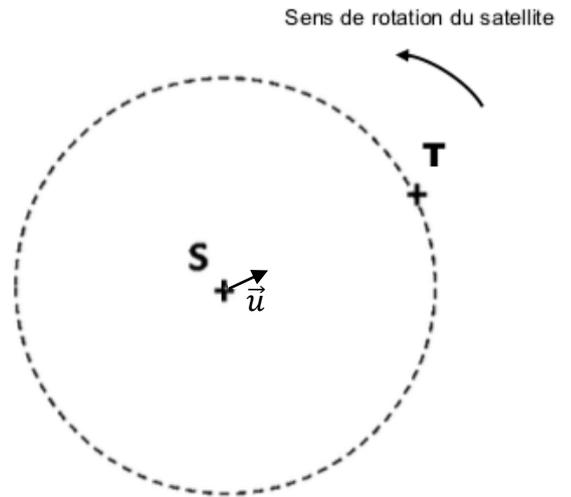
En Juillet 2004, la sonde européenne Cassini-Huygens nous a livré ses premiers clichés des anneaux de Saturne. Elle a également photographié Titan, le plus gros satellite de Saturne, situé à une distance R_T de Saturne.

Dans tout l'exercice, on se place dans le référentiel saturno-centrique, centré sur Saturne et dont les trois axes sont dirigés vers trois étoiles lointaines supposées fixes.

On considère que la planète Saturne et ses satellites sont des corps dont la répartition des masses est à symétrie sphérique. Les rayons des orbites des satellites sont supposés grands devant leur taille.

Données :

- On considère que la seule force gravitationnelle exercée sur Titan provient de Saturne et que la trajectoire du centre du satellite Titan (T) autour du centre de Saturne (S) est circulaire.
- Constante de gravitation universelle : $G = 6,67 \times 10^{-11} \text{ m}^3 \cdot \text{kg}^{-1} \cdot \text{s}^{-2}$
- Rayon de l'orbite de Titan : $R_T = 1,22 \times 10^6 \text{ km}$
- Rayon de la planète Saturne : $R_S = 6,0 \times 10^4 \text{ km}$
- Masse de Saturne : $M_S = 5,69 \times 10^{26} \text{ kg}$



- | | |
|--|-----|
| 1. Représenter la force d'interaction gravitationnelle $\vec{F}_{S/T}$ exercée par Saturne sur Titan sans souci d'échelle sur le document ci-dessus. | 0,5 |
| 2. Etablir l'expression vectorielle de cette force $\vec{F}_{S/T}$ en fonction de G , M_S , M_T , R_T et \vec{u} vecteur unitaire porté par la droite ST dirigé de S vers T. | 1 |
| 3. A l'aide de la deuxième loi de Newton, établir l'expression du vecteur accélération \vec{a} du centre du satellite Titan en fonction de G , M_S , R_T et \vec{u} . | 2 |
| 4. Représenter le vecteur unitaire tangentiel \vec{T} et le vecteur unitaire normal \vec{N} du repère de Frenet sur le document ci-dessus. | 0,5 |
| 5. En déduire l'expression de l'accélération \vec{a} dans le repère de Frenet en fonction de G , M_S , R_T et \vec{N} . | 0,5 |
| 6. Citer l'expression des coordonnées du vecteur accélération \vec{a} dans le repère de Frenet dans le cas du mouvement circulaire. | 1 |
| 7. Justifier que la vitesse v du satellite est constante et montrer que son expression dans le repère de Frenet en fonction de G , M_S , R_T est : $v = \sqrt{\frac{G \times M_S}{R_T}}$. | 2 |
| 8. En déduire l'expression de la période de révolution T_T de Titan autour de Saturne en fonction de R_T , G , M_S et calculer cette période. | 2 |

Après le survol de Titan, la sonde Cassini a survolé le satellite Encelade en février 2005. On peut considérer que dans le référentiel Saturno-centrique, Encelade à un mouvement de révolution circulaire uniforme, dont la période est $T_E = 1,37$ jours et le rayon est R_E .

- | | |
|---|---|
| 9. Enoncer la 3 ^{ème} loi de Kepler. | 1 |
| 10. En déduire la valeur du rayon R_E de l'orbite d'Encelade. | 1 |

EXERCICE 2 : Analyse d'une ampoule buvable par conductimétrie (8,5 points)

Une ampoule de Cuivre Oligosol contient du gluconate de cuivre. Il est utilisé au cours d'états infectieux et viraux, d'états grippaux et au cours d'affections rhumatismales inflammatoires.



Donnée :

- Masse molaire du gluconate de cuivre : $M = 453,5 \text{ g.mol}^{-1}$
- Le gluconate de cuivre est un composé ionique que l'on nommera $A_2Cu(s)$ pour simplifier.
- Valeurs de la conductivité molaire ionique à 25°C de quelques ions :

ion	A^-	Cu^{2+}
λ en $\text{mS.m}^2.\text{mol}^{-1}$	1,50	10,8

1 - Préparation de la gamme étalon

On prépare une gamme de solutions étalons suivant le protocole ci-dessous :

- Dans une fiole jaugée de 500 mL, introduire 544,2 mg de gluconate de cuivre.
- Dissoudre complètement le gluconate de cuivre et compléter jusqu'au trait de jauge avec de l'eau distillée pour obtenir la solution S_0 .
- Préparer six solutions filles, notées S_1 à S_6 , d'un volume égal à 200 mL à l'aide de la solution mère S_0 .

La solution S_1 est préparée en diluant 8 fois la solution mère S_0 de concentration en gluconate de cuivre $C_0 = 2,4 \times 10^{-3} \text{ mol.L}^{-1}$.

1.1 - Déterminer le volume de solution mère à prélever pour préparer la solution S_1 .

1.2 - Déterminer la concentration en quantité de matière C_1 de la solution S_1 .

1
0,5

2 - Etude de la solution de gluconate de cuivre

2.1 - Ecrire l'équation de la réaction modélisant la dissolution du gluconate de cuivre dans l'eau.

2.2 - A l'aide de la loi de Kohlrausch, montrer que la conductivité σ de la solution aqueuse de gluconate de cuivre peut s'écrire sous la forme : $\sigma = k \times C$, avec k constante que l'on exprimera en fonction de λ_{A^-} et $\lambda_{Cu^{2+}}$ et C concentration en gluconate de cuivre.

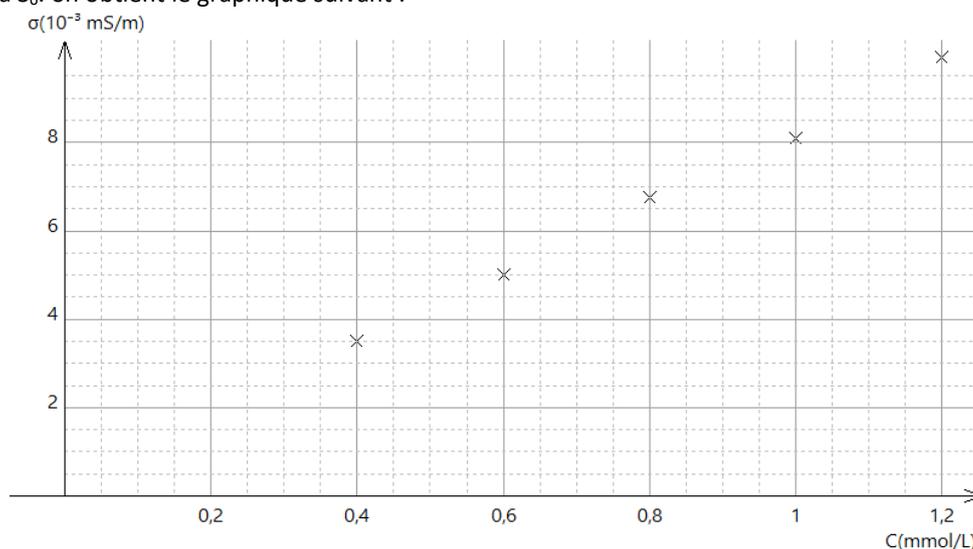
1
1,5

3 - Analyse du contenu d'une ampoule buvable

On mesure la conductivité σ des six solutions. On obtient les résultats suivants :

Solutions filles	S_1	S_2	S_3	S_4	S_5	S_6
Concentration (en mmol.L^{-1})	0,30	0,40	0,60	0,80	1,0	1,2
Conductivité σ (en S/m)	0,00251	0,00335	0,00500	0,00675	0,00809	0,00991

Pour déterminer la concentration en gluconate de cuivre d'une de ces ampoules, on mesure les conductivités σ des solutions étalons S_1 à S_6 . on obtient le graphique suivant :



On mesure la conductivité de la solution contenue dans une ampoule Oligosol. On obtient la valeur $\sigma = 7,50 \text{ mS/m}$.

3.1 - Déterminer la valeur expérimentale de la concentration C en quantité de gluconate de cuivre de la solution de l'ampoule. Vous expliquerez votre démarche.

3.2 - Sachant que l'incertitude-type sur la concentration est $u(C) = 0,1 \text{ mmol.L}^{-1}$, écrire avec un nombre adapté de chiffres significatifs le résultat de la concentration C avec son incertitude-type associée.

2
0,5

D'après la notice, il y a 725,2 μg de gluconate de cuivre dans chaque ampoule de 2,0 mL.

3.3 - Calculer la concentration théorique en quantité de matière du gluconate de cuivre dans les ampoules Oligosol.

3.4 - Le résultat expérimental est-il compatible avec l'étiquette ?

1,5
0,5